

## II.1 INTRODUCTION

La modélisation de la machine électrique est une phase primordiale de son développement, les progrès de l'informatique et du génie des logiciels permettent de réaliser des modélisations performantes et d'envisager l'optimisation des machines électriques.

Le modèle classique de la machine asynchrone correspondant au schéma monophasé équivalent, n'est valable qu'en régime sinusoïdale à fréquence fixe au stator, pour étudier son comportement à une fréquence variable et avec des signaux fournis par les convertisseurs statiques qui ne sont pas sinusoïdaux, il faut faire appel à un modèle plus compliqué; on considère que chaque armature triphasée statorique et rotorique peut être représentée par une armature diphasée équivalente à l'aide de la transformation de PARK, chaque armature diphasée est donc représentée par deux enroulements identiques placés sur deux axes en quadrature, tout en tenant compte des hypothèses simplificatrices suivantes [7].

- La machine est de construction parfaitement symétrique ;
- Même nombre des phases entre le stator et le rotor ;
- Répartition sinusoïdale des champs magnétiques de chaque bobinage, le long de l'entrefer ;
- L'absence de saturation dans le circuit magnétique.

Pour obtenir le modèle d'un système ; trois tâches doivent être accomplies choisir le modèle, déterminer ses paramètres et enfin vérifier sa validité [2].

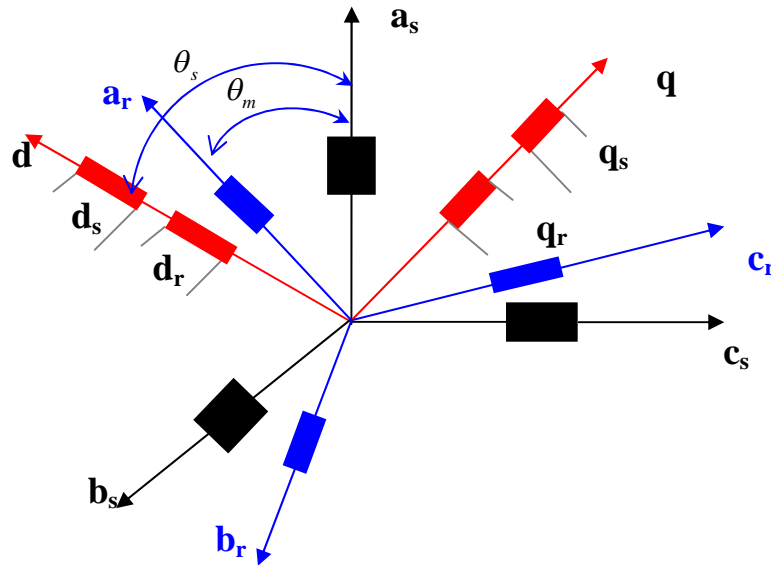
Dans ce chapitre on va présenter la modélisation de machine asynchrone à double alimentation.

## II.2 MODELE MATHEMATIQUE DE LA MADA

Mathématiquement, les machines électriques sont représentées par des modèles entrées/sorties sous forme de fonction de transfert ou encore sous forme standard d'équations en variable d'état. Ce modèle mathématique a pour but de simplifier l'étude de la machine, il est basé sur la transformation des enroulements de la machine originale en des enroulements équivalents du point de vue électrique et magnétique disposés selon des axes fictifs. Cette transformation a pour effet de rendre les inductances propres et mutuelles du modèle indépendantes de la rotation.

### II.2.1 Description

La machine asynchrone à double alimentation comporte trois bobines statorique ( $A_s, B_s, C_s$ ), et aussi trois bobines rotoriques décalées entre elles par un angle de  $\frac{2\pi}{3}$  identique de répartition et similaire à celles du stator, ( $A_r, B_r, C_r$ ).



**Fig. (II.1) :** Représentation simplifier de la MADA.

### II.2.2 Hypothèses simplificatrices de la MADA

Pour simplifier l'étude de la machine asynchrone idéalisée, en considère les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La parfaite symétrie de la machine tant magnétique qu'électrique.
- Les forces magnétomotrices créent par chaque phase du stator ou du rotor a une répartition sinusoïdale.
- L'effet de la variation de la température sur les résistances statorique et rotorique est négligeable
- L'effet de peau est négligeable.
- L'entrefer constant.
- Le circuit magnétique non saturé et perméabilité constant.
- Les pertes ferromagnétiques négligeables.

### II.2.3 Equations électriques

Dans les conditions précédentes les équations sous forme matricielle s'écrivent comme suit :

Pour le stator :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Pour le rotor

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

### II.2.4 Equations magnétiques

Les équations magnétiques sous forme matricielle sont données par les expression suivantes :

$$\begin{aligned} [\Phi_s] &= [l_s] \cdot [I_s] + [M_{sr}] [I_r] \\ [\Phi_r] &= [l_r] [I_r] + [M_{sr}]^t [I_s] \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Avec:

$$[\Phi_s] = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} ; [\Phi_r] = \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$

$$[I_s] = \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} ; [I_r] = \begin{bmatrix} I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix}$$

$$[l_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}$$

$$[l_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = [M_{sr}]^t = M_0 \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 4\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Cette dernière matrice est nommée inductance mutuelle entre le rotor et le stator, avec  $\theta$  représente l'écart angulaire entre les axes des ces dernières

### II.2.5 Equation mécanique

$$C_e - C_r = j \frac{d\Omega}{dt} + f.\Omega \Rightarrow \dot{\Omega} = \frac{1}{j}(C_e - C_r - f.\Omega) \quad (\text{II.4})$$

## II.3 INTRODUCTION DE LA TRANSFORMATION DE PARK

Cette transformation qui permet le passage du système triphasé au système biphasé s'effectue en faisant correspondre aux variables réelles leurs composantes homos polaires, directes et en quadrature.

Donc pour le passage de système triphasé au système biphasé en utilise la matrice [1] :

$$[A] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Le changement de variables relatifs aux courants, tensions et flux est défini par la transformation (II.6) :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Avec, X : Peut représente la tension, le courant ou le flux, et les indices suivant représentent :

- o: indice de l'axe homopolaire.

- d: indice de l'axe direct.
- q: indice de l'axe en quadrature.

Et pour la transformation inverse on utilise la matrice  $[A]^{-1}$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Alors les variables réelles sont obtenues à partir des variables biphasées

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

### II.3.1 Equations électriques et magnétiques d'axe $(u, v)$

Les expressions des tensions statoriques et rotoriques suivant l'axe  $(u, v)$  sont données par :

$$\begin{cases} V_{su} = R_s I_{su} + \frac{d\Phi_{su}}{dt} - \omega_{coor} \Phi_{sv} \\ V_{sv} = R_s I_{sv} + \frac{d\Phi_{sv}}{dt} + \omega_{coor} \Phi_{su} \\ V_{ru} = R_r I_{ru} + \frac{d\Phi_{ru}}{dt} - (\omega_{coor} - \omega) \Phi_{rv} \\ V_{rv} = R_r I_{rv} + \frac{d\Phi_{rv}}{dt} + (\omega_{coor} - \omega) \Phi_{ru} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$\omega$  : Vitesse rotorique.

$\omega_{coor}$  : Vitesse du système d'axe  $(u, v)$ .

Les expressions des flux statorique et rotorique dans  $(u, v)$

$$\begin{cases} \Phi_{su} = l_s I_{su} + M I_{ru} \\ \Phi_{sv} = l_s I_{sv} + M I_{rv} \\ \Phi_{ru} = l_r I_{ru} + M I_{su} \\ \Phi_{rv} = l_r I_{rv} + M I_{sv} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$l_r = L_r - M_r$  : Inductance cyclique propre du rotor.

$l_s = L_s - M_s$  : Inductance cyclique propre du stator.

$M = 3/2.l_m$  : Inductance cyclique mutuelle entre l'armature du stator et l'armature du rotor.

### II.3.2 Choix de référentiel

Pour effectuer une étude par simulation du moteur asynchrone, il est recommandé de choisir un système d'axes de référence qui permet d'aboutir au système différentiel le plus simple possible, car le résultat final est indépendant du choix du système de coordonnées. On trouve que le calcul peut être plus ou moins complexe.

A partir du système d'axe  $(u, v)$  on peut avoir d'autres d'axes qui sont des cas particuliers, dans la suite, les composantes homopolaires sont supposées nulles.

#### II.3.2.1 Référentiel fixé par rapport au rotor $(x, y)$

Les axes de référence sont fixés par rapport au rotor d'où :

$$\omega_{coord} = \omega \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u \rightarrow x \\ v \rightarrow y \end{bmatrix}$$

Les équations électriques prennent la forme :

$$\begin{bmatrix} V_{sx} \\ V_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sx} \\ I_{sy} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sx} \\ \Phi_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sx} \\ \Phi_{sy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

$$\begin{bmatrix} V_{rx} \\ V_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rx} \\ I_{ry} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rx} \\ \Phi_{ry} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Ce référentiel est utilisé pour étude les grandeurs statoriques.

### II.3.2.2 Référentiel fixé par rapport au champ tournant ( $d, q$ )

Pour un référentiel lié au champ tournant, on a :

$$\omega_{coord} = \omega_s \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u \rightarrow d \\ v \rightarrow q \end{bmatrix}$$

Dans le système d'équation devient comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_s - \omega) \\ (\omega_s - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Cette dernière représentation qui fait correspondre des grandeurs continues aux grandeurs sinusoïdales en régime permanent, la conception du contrôle vectoriel par orientation du flux nécessite ce choix et les modèles d'action dépendent de la position du référentiel par rapport aux divers axes de flux.

En générale, le référentiel lié au champ tournant est utilisé par réalise le contrôle vectoriel.

### II.3.2.3 Référentiel fixé par rapport au stator ( $\alpha, \beta$ )

Les axes de référence sont fixés par rapport au stator d'ou :

$$\omega_{coord} = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u \rightarrow \alpha \\ v \rightarrow \beta \end{bmatrix}$$

Les équations électriques prennent la forme :

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{s\alpha} \\ \Phi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

$$\begin{bmatrix} V_{r\alpha} \\ V_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r\alpha} \\ I_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

Ce référentiel sera choisi en vue d'étudier les variations des grandeurs rotoriques.

Les expressions des flux sont données par :

$$\begin{cases} \Phi_{s\alpha} = l_s I_{s\alpha} + M I_{r\alpha} \\ \Phi_{s\beta} = l_s I_{s\beta} + M I_{r\beta} \\ \Phi_{r\alpha} = l_r I_{r\alpha} + M I_{s\alpha} \\ \Phi_{r\beta} = l_r I_{r\beta} + M I_{s\beta} \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

Les équations représentant le mouvement mécanique sont données par :

$$C_e = \frac{3pM}{2L_s} (\Phi_{s\alpha} I_{r\beta} - \Phi_{s\beta} I_{r\alpha}) \quad (\text{II.18})$$

$$C_e - C_r = j \frac{d\Omega}{dt} + F\Omega \quad (\text{II.19}).$$

Dans notre étude, nous avons opté le repère immobile par rapport au stator. C'est le référentiel le mieux adapté pour travailler avec les grandeurs instantanées, il possède des tensions et des courants réelles et peut être utilisé pour étudier les régimes de démarrage et de freinage des machines à courant alternatif.

## II.4 SIMULATION DE LA MADA

### II.4.1 Structure sous forme schéma bloc

On considère les flux statorique, les courants rotoriques et la vitesse mécanique  $(\Phi_{s\alpha}, \Phi_{s\beta}, I_{r\alpha}, I_{r\beta}, \Omega)$  comme des variables d'état, et à partir des équations (II.15) (II.16), (II.17) et les équations mécaniques (II.18), (II.19) on peut écrire ce système de la forme d'état suivante:

$$\frac{dX}{dt} = \dot{X} = AX + BU \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$$X = \begin{bmatrix} I_{r\alpha} \\ I_{r\beta} \\ \Phi_{s\alpha} \\ \Phi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad U = \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \\ V_{r\alpha} \\ V_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Le développement de les équations (II.15), (II.16) et (II.17) est effectué en annexe 2; Les matrices [A] et [B] sont données par :



$$A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_s' \delta} & \omega_r & \frac{1-\delta}{\delta M T_s} & \frac{1-\delta}{\delta M} \omega_r \\ -\omega_r & \frac{-1}{T_s' \delta} & -\frac{1-\delta}{\delta M} \omega_r & \frac{1-\delta}{\delta M T_s} \\ \frac{M}{T_s} & 0 & -\frac{1}{T_s} & 0 \\ 0 & \frac{M}{T_s} & 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1-\delta}{\delta M} & 0 & \frac{1}{L_r \delta} & 0 \\ 0 & -\frac{1-\delta}{\delta M} & 0 & \frac{1}{L_r \delta} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### REMARQUE :

On peut écrire la matrice [A] sous une autre forme :

$$[A] = [A1] + [A2] \omega_r \quad (\text{II.22})$$

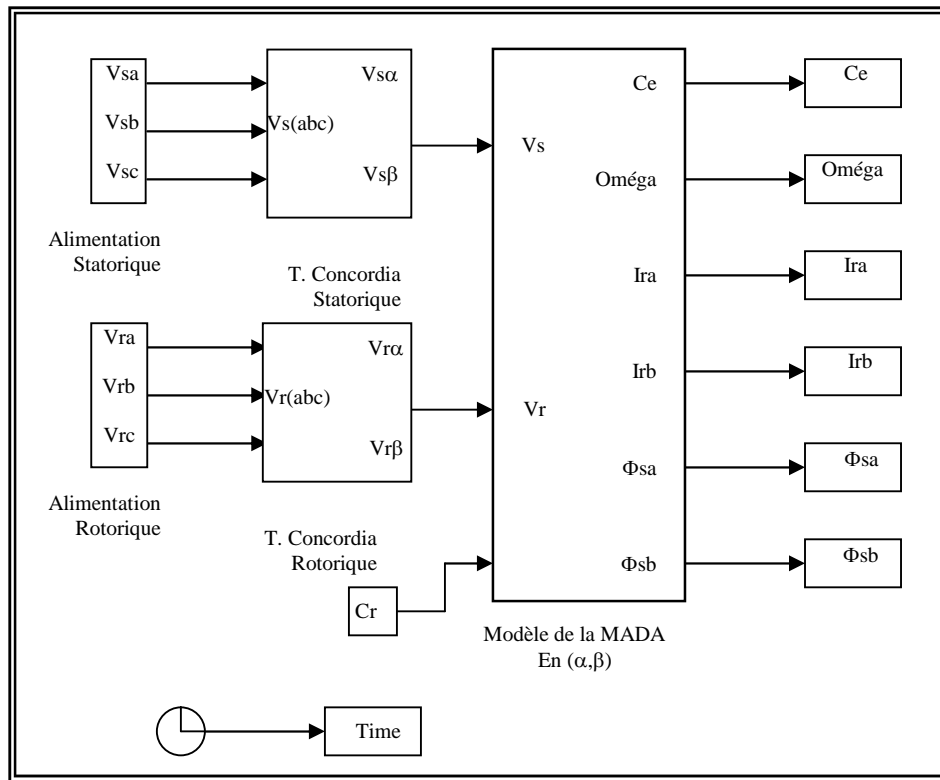
Avec :  $\omega_r = -\omega$ .

$$[A1] = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_s' \delta} & 0 & \frac{1-\delta}{\delta M T_s} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_s' \delta} & 0 & \frac{1-\delta}{\delta M T_s} \\ \frac{M}{T_s} & 0 & -\frac{1}{T_s} & 0 \\ 0 & \frac{M}{T_s} & 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \quad [A2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{1-\delta}{\delta M} \\ -1 & 0 & -\frac{1-\delta}{\delta M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## II.5 SCHEMA BLOC DE LA MADA

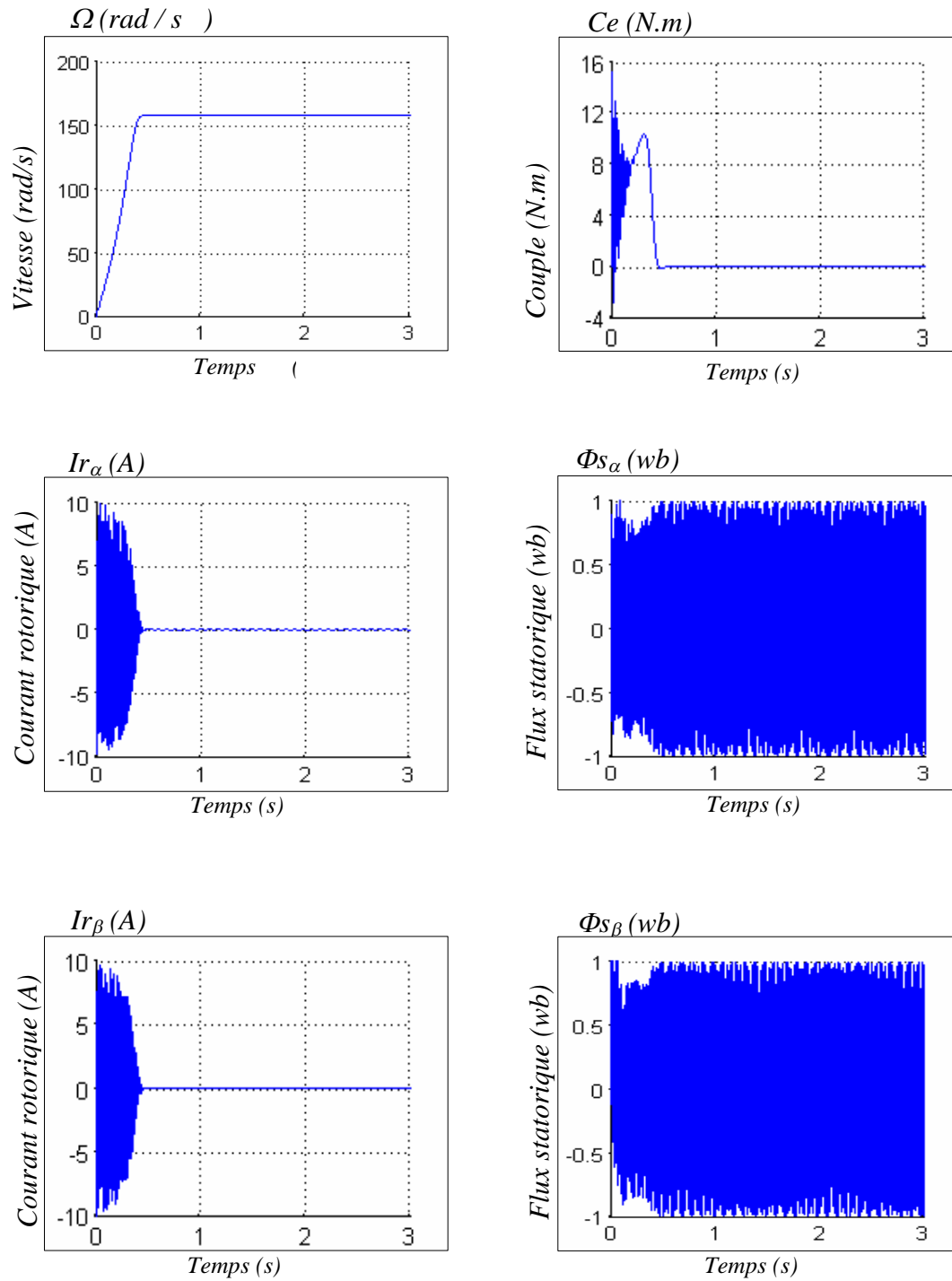
Le système étudié est modélisé sous **SIMULINK**, ce dernier est un programme additionnel à **MATLAB** (version 6.5) utilisé pour simulation des systèmes dynamiques, le contrôle et la modélisation des systèmes devient plus aisée, les fonctions de transfert sont écrites sous formes de blocs. Les différents types de signaux peuvent être générés et visualisés à l'aide d'instrument virtuel.

Le schéma bloc de la MADA est illustré sur la figure (II.2)

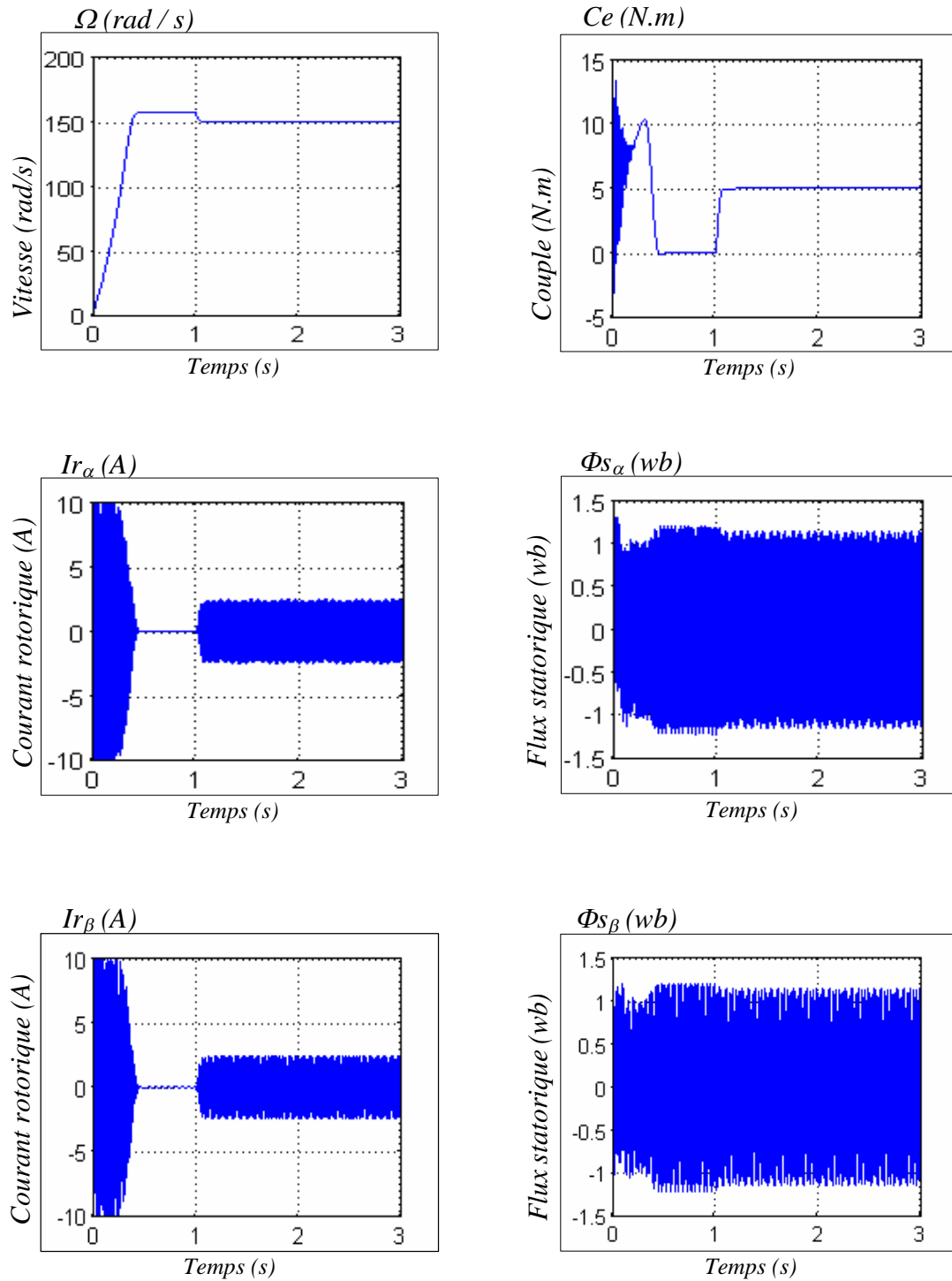


**Fig. (II.2) :** Schéma bloc de la MADA

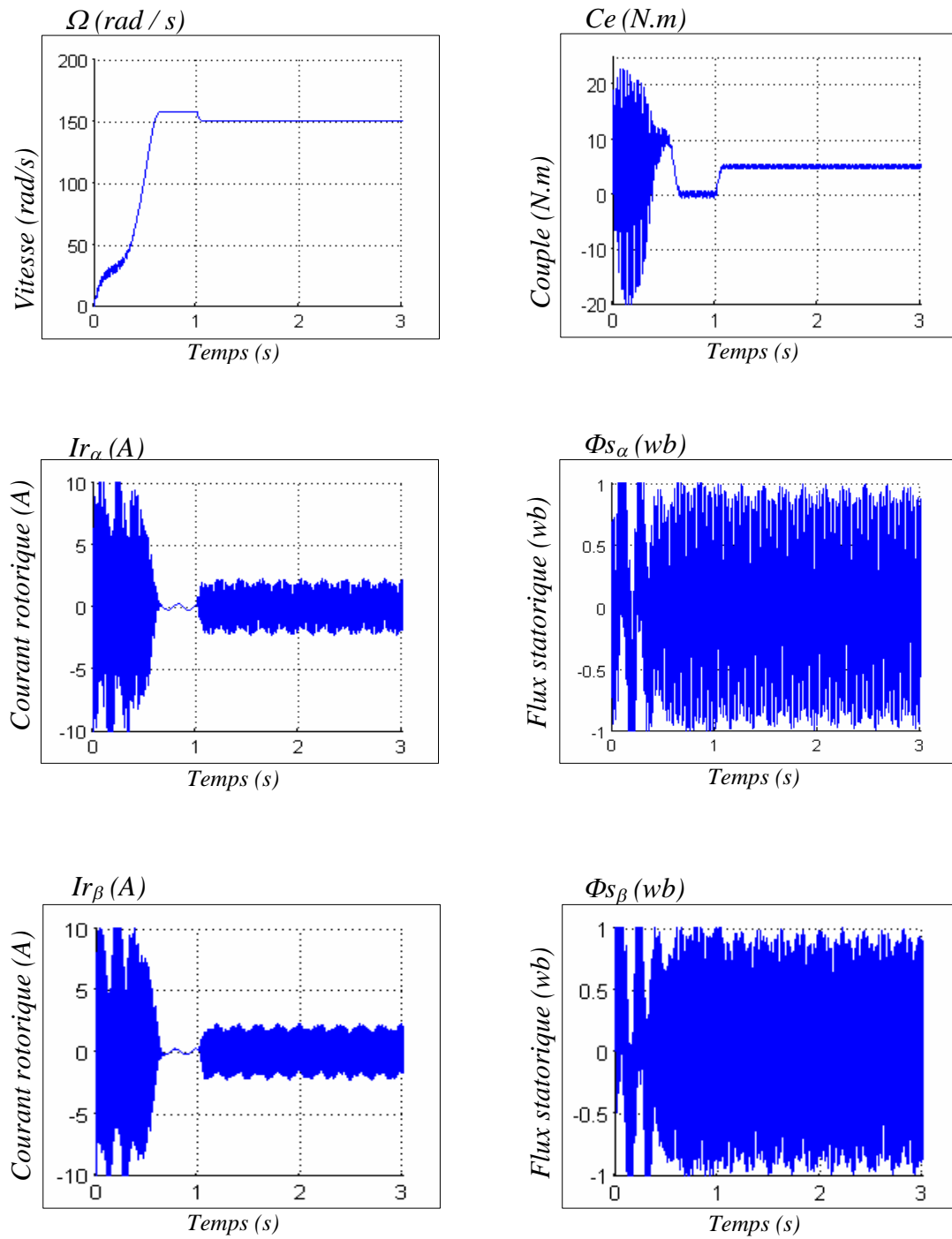
### II.5.1 Résultats de la simulation



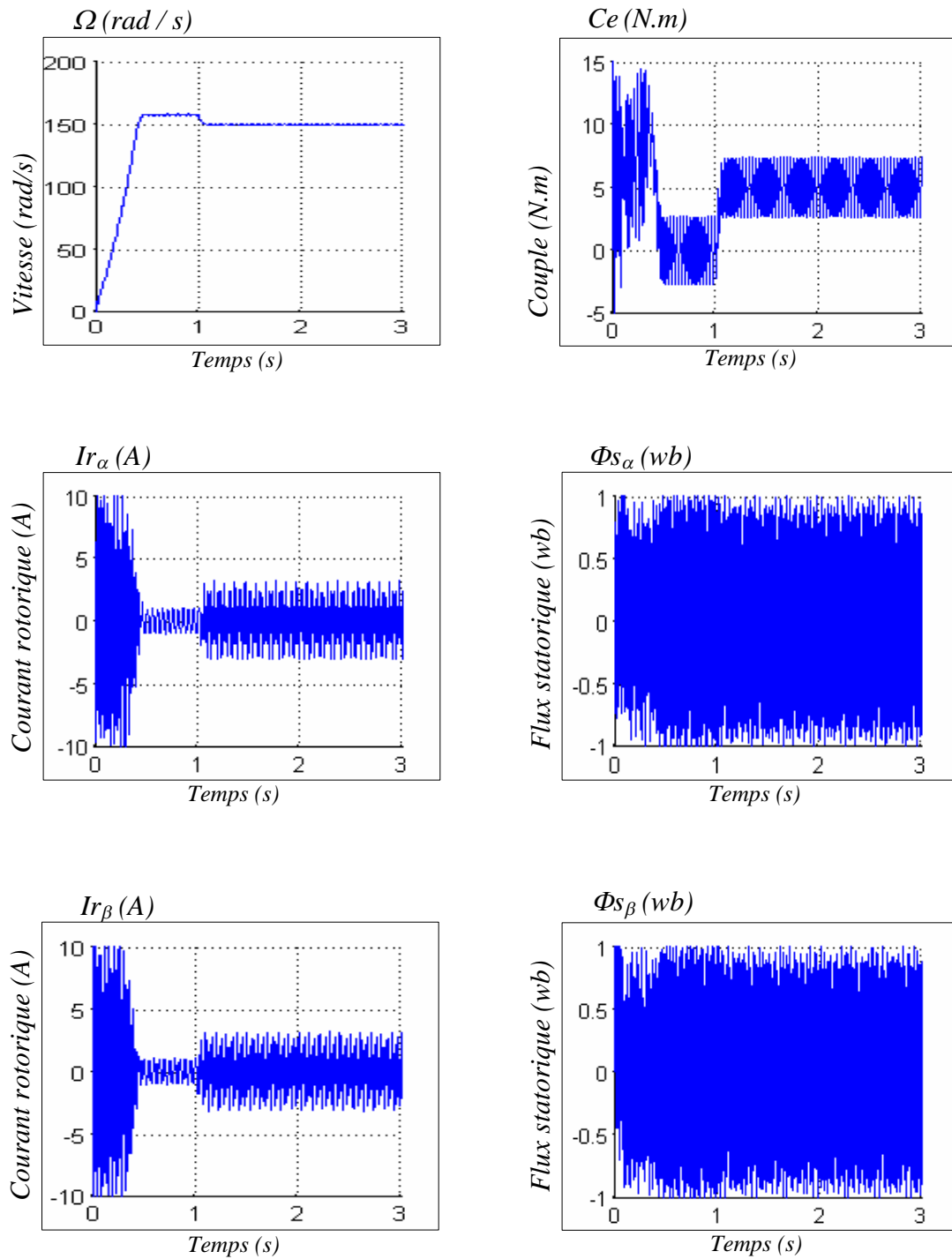
**Fig. (II.3) :** Résultats de simulation de la MADA ( $V_r=0, f_r=0$  Hz,  $C_r=0$ )



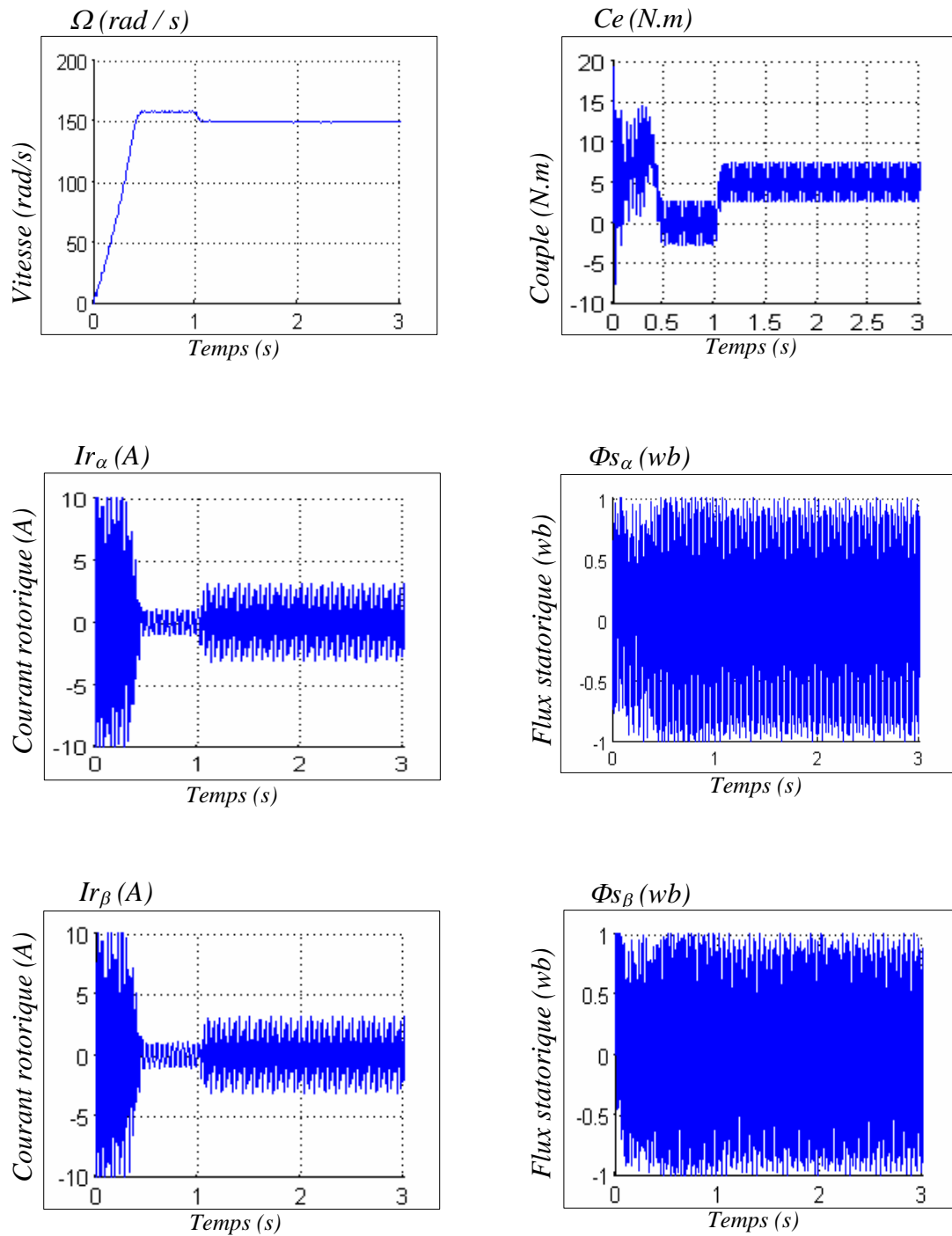
**Fig. (II.4) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=0v$ ,  $f_r=0$  Hz,  $C_r=5$  N.m)



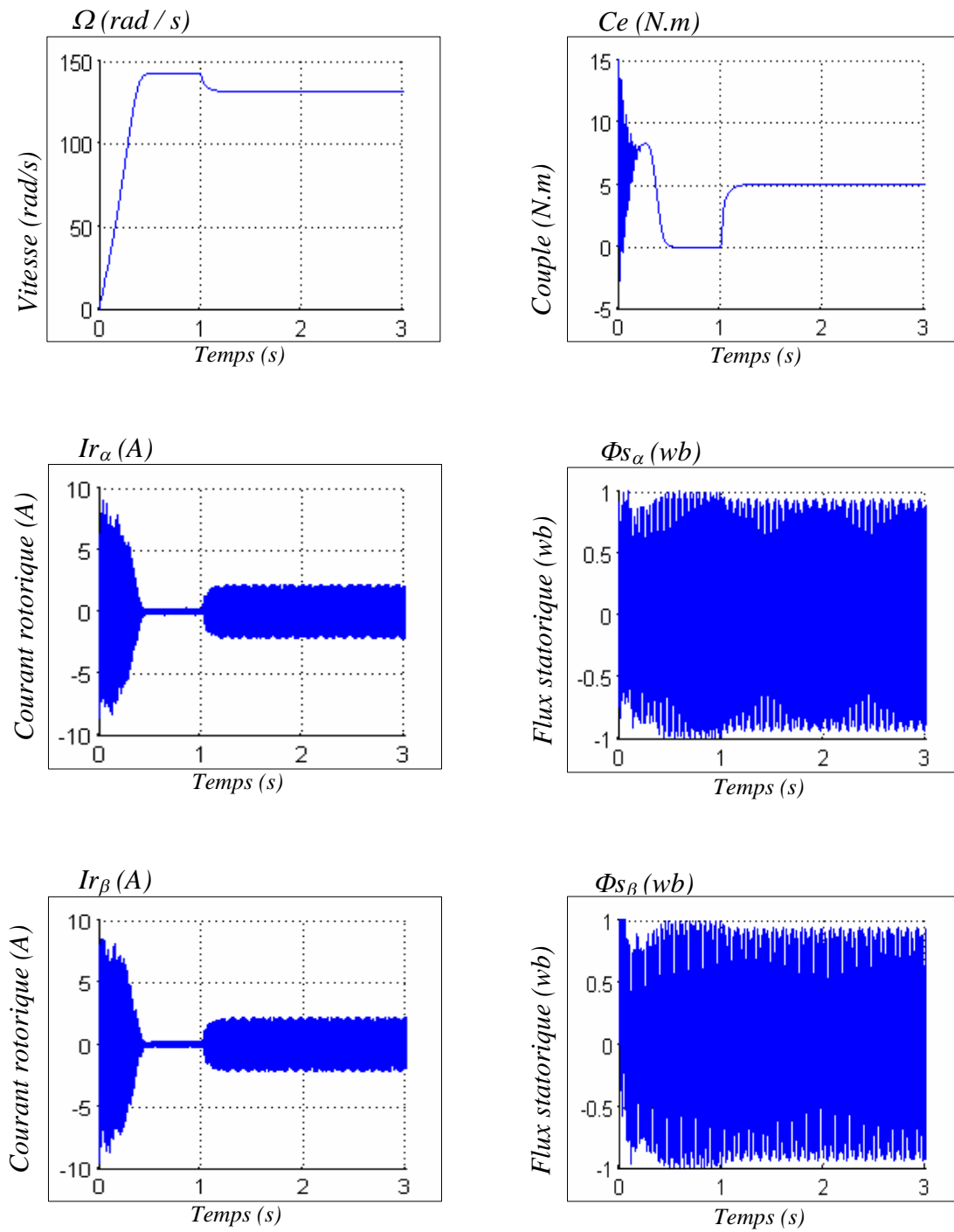
**Fig. (II.5) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=12v$ ,  $f_r=5$  Hz ,  $C_r=5$  N.m)



**Fig. (II.6) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=12$ v,  $f_r=20$  Hz ,  $C_r=5$  N.m)

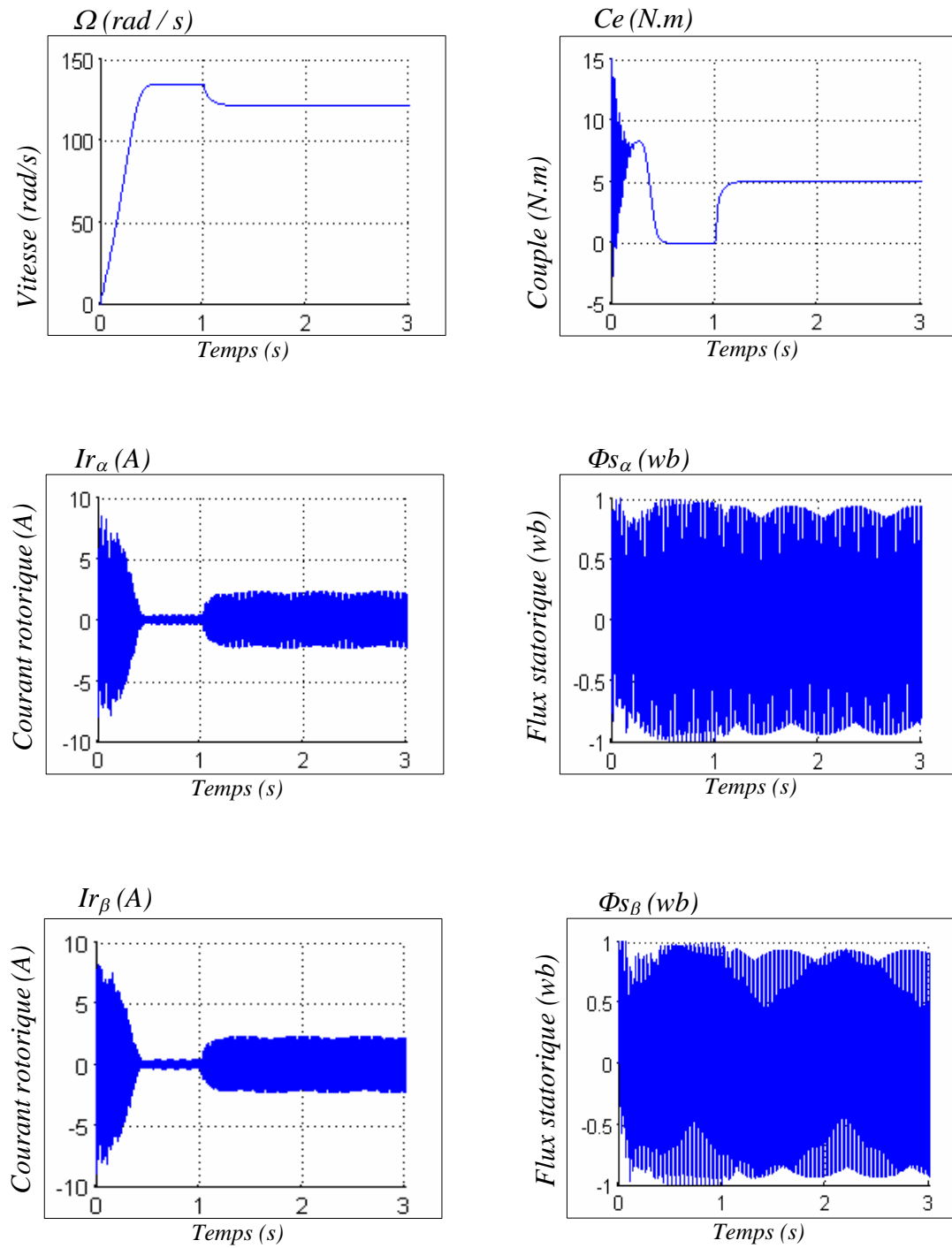


**Fig. (II.7) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=12V$ ,  $f_r=40$  Hz ,  $C_r=5$  N.m)

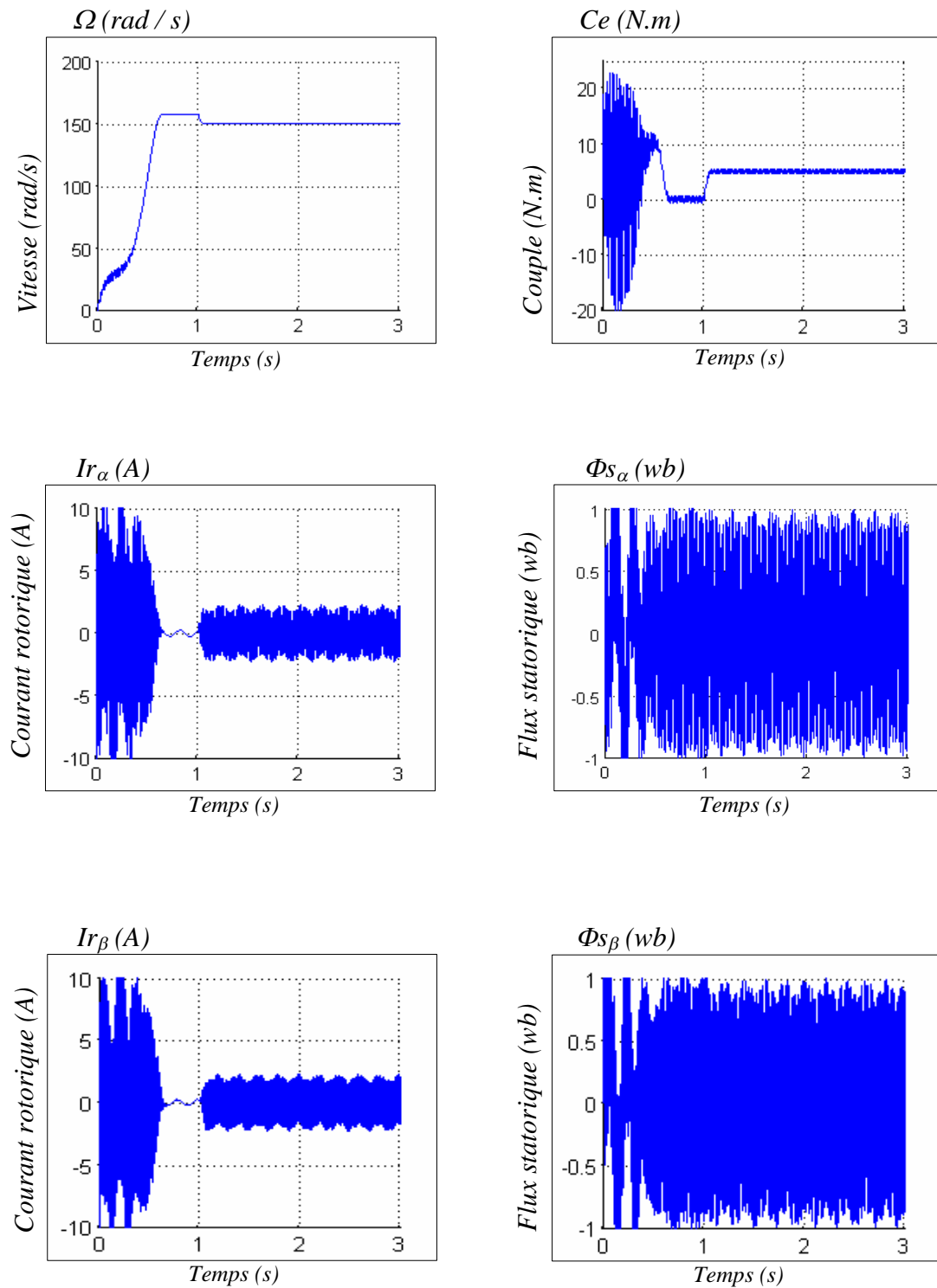


**Fig. (II.8) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=20v$ ,  $f_r=50$  Hz ,  $C_r=5$  N.m)





**Fig. (II.9) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=30$ v,  $f_r=50$  Hz ,  $C_r=5$  N.m)



**Fig. (II.10) :** Résultats de simulation de la MADA sous charge nominale après un démarrage à vide ( $V_r=12v$ ,  $f_r=5$  Hz ,  $C_r=10$  N.m)

### II.5.2 Interprétation des résultats de simulation

La tension d'attaque de la MADA à  $t=0$  coté stator c'est la tension de réseau électrique à fréquence et tension constantes ( $V=220$  v ;  $f=50$  Hz). Dans le coté rotorique deux cas sont étudiés ;

1<sup>er</sup> cas : tension constante et fréquence variable.

2<sup>eme</sup> cas : tension variable et fréquence constante.

D'après les résultats de simulation obtenus, on observe que toute variation au niveau de la fréquence ou tension rotoriques a une influence directe sur la vitesse et le couple.

La figure (II.4) représente le fonctionnement de la MADA sous la charge nominale après un démarrage à vide et sans alimentation rotorique. (Elle fonctionne comme une machine asynchrone classique), on remarque que la caractéristique vitesse, et après l'introduction de la charge à l'instant  $t = 1.5$ s, présente une diminution puis elle se stabilise.

Dans le cas où fait varier la fréquence rotorique de (5 Hz à 40 Hz) et on maintient la tension rotorique constante « 12 v », on constate que cette variation implique des oscillations importantes au niveau de grandeur comme il est illustré sur les figures (II.5) ;(II.6) et (II.7)

Dans le cas où la fréquence rotorique est constante, et la tension rotorique est variable (20v et 30v) on remarque qu'elle a une influence directe sur la vitesse comme il est illustré sur les figures (II.8) (II.9)

Dans le dernier cas, on a augmenté la valeur du couple résistant deux fois le couple nominale ( $C_r = 10$  Nm) et d'après le résultat obtenu (figure (II.10)), on remarque que la machine peut supporter le double de la charge nominale mais avec une vitesse plus inférieure que celle obtenue avec sa charge nominale.

## II.6 CONCLUSION

On a établi dans ce chapitre le modèle de la machine asynchrone double alimentée en passant du système réel triphasé au système diphasé linéaire dans le cadre de la transformation de Park.

La modélisation et la simulation de la machine asynchrone à double alimentation avec comme variation d'états le courant rotorique et le flux statorique ont permis de déterminer et d'analyser les différentes caractéristiques du couple et de vitesse pour différentes valeurs de fréquence et de tension rotorique.

La commande par le contrôle direct du couple (DTC) sera l'objet du chapitre suivant.